Guy BOUCHITTE, Prof Université de Toulon (bouchitte-at-univ-tln.fr, Tel: 04 94 14 23 85)

Approche par dualité de problèmes non convexes du Calcul des Variations.

Il s' agit d'adapter la méthode de calibration présentée dans la publication (*) au cas (plus simple) de problèmes non convexes du type

$$J(\Omega) \ := \ \inf \left\{ \int_\Omega (\varphi(\nabla u) + W(u))\, dx \ , \ u = 0 \text{ on } \partial\Omega \right\} \tag{$**$}$$

où Ω est un ouvert borné de $\mathbb{R}^d$, $\varphi : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ est une fonction convexe et $W : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction positive **non convexe**.

Il est possible d'établir un principe de dualité (nouveau): la valeur de $J(\Omega)$ coïncide avec le flux maximal à travers l'hypersurface surface $\Omega \times \{0\} \subset \Omega \times \mathbb{R}$ d'une famille de champs de vecteurs $\sigma : \Omega \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^{d+1}$ à divergence nulle et satisfaisant en chaque point une certaine contrainte convexe. Ceci permet de caractériser les minima globaux du problème (**). La généralisation de ce principe de dualité au cas de contraintes de type Neumann est également possible.

L'objet du stage est de:

- se familiariser avec les outils permettant d'établir le résultat de dualité.
- étudier quelques exemples applicatifs 1D et 2D qui pourront faire l'objet de tests numériques.
- appliquer le principe de dualité pour calculer la dérivée de $J(\Omega)$ relativement aux variations du domaine Ω.

Durée: minimum 3 mois

Pré-requis: bonnes base d'analyse fonctionnelle, espaces de Sobolev

Compétences en calcul scientifique appréciées (mises en oeuvre de codes d'optimisation)

Référence *(*) G. Alberti , G.Bouchitté, G. Dal Maso: The calibration method for the Mumford-Shah functional and free-discontinuity problems, Calc. Var. Partial Diff Equations 16 (2003), no. 3, 299–333,*